Niniejszy zbiór powstał na zajęciach kursu *„**POWTÓRKA PRZED OBOWIĄZKOWĄ MATURĄ Z MATEMATYKI - konstruowanie narzędzi do badania osiągnięć uczniów na koniec każdego działu nauczania**”*, zorganizowanego przez MODM w Białymstoku.

Autorami testów zamieszczonych w publikacji są:

- Anna Korniłowicz, VII LO w Białymstoku
- Agata Tarasiuk, CKP nr2 w Białymstoku
- Dorota Paluch, CKP nr2 w Białymstoku
- Jarosław Oleśnicki, CKP nr2 w Białymstoku
- Beata Bojarczyk - doradca metodyczny matematyki, XIV LO w Białymstoku

Zbiór zawiera zestawy zadań z 10 działów matematyki. Każdy test został podzielony na zadania zamknięte oraz zadania otwarte krótkiej i rozszerzonej odpowiedzi, zgodnie z typem zadań, z jakimi uczeń spotka się w arkuszu maturalnym na poziomie podstawowym. W zbiorze jest łącznie 349 zadań.

Autorzy mają nadzieję , że powstały zeszyt metodyczny będzie pomocą dydaktyczną wykorzystywaną przez nauczycieli matematyki, przygotowujących uczniów do obowiązkowego egzaminu maturalnego na poziomie podstawowym.

Układ zadań i rozmieszczenie testów na stronach zbioru (każdy zestaw rozpoczyna się na nowej stronie) sprzyja powielaniu i wykorzystywaniu udostępnionych materiałów przez nauczycieli matematyki, do czego autorzy zestawów zachęcają i na co wyrażają zgodę.

*Beata Bojarczyk*

# Liczby rzeczywiste, potęgi, pierwiastki, procenty

***TEST 1***

1. Liczbą odwrotną do liczby $5\frac{3}{11} - 2\frac{1}{11} \cdot \sqrt[3]{-8}$ jest :

   A. $\frac{11}{70}$ B. $\frac{11}{104}$ C. $-\frac{11}{104}$ D. $-\frac{70}{11}$

2. Wartość wyrażenia $4^{30} + 4^{30} + 4^{30} + 4^{30}$ wynosi :

   A. $16^{30}$ B. $4^{31}$ C. $16^{120}$ D. $4^{120}$

3. Wyrażenie $4\sqrt{45} - 6\sqrt{20} + 5\sqrt{5}$ zapisane w postaci jednej potęgi wynosi :

   A. $5^{1,5}$ B. $3^{1,5}$ C. $30^{0,5}$ D. $5^{0,5}$

4. Cenę pewnego towaru podniesiono o 20% , a następnie obniżono o 20%. Cena tego towaru :

   A. nie zmieniła się ; B. wzrosła o 4% ; C. zmalała o 4% ; D. zmalała o 10%

5. Wiadomo , że $a = 3\log_8 4$ , zatem $a$ jest równe :

   A. 512 B. 81 C. 2 D. 64

6. Rozwiązaniem nierówności $|x - 2| < 5$ jest zbiór :

   A. $(-3,7)$ B. $(-\infty, 3) \cup (7, \infty)$ C. $(3,7)$ D. $(-\infty, -3) \cup (7, \infty)$

7. Wartość wyrażenia $\frac{\frac{3}{4} - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}$ jest równa :

   A. 1 B. 0,5 C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{72}$

8. Przybliżenie dziesiętne z dokładnością do 0,01 liczby $\sqrt{7} + \sqrt{6}$ wynosi 5,10 . Przybliżenie liczby $\frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{6}}$ z dokładnością do 0,01 wynosi :

   A. 0,20 B. 0,19 C. 5,10 D. 5,1

9. Uzasadnij , że liczba $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} \cdot \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ jest wymierna .

10. Rada Polityki Pieniężnej podniosła stopę procentową z 8% na 9,5% .
    a) O ile punktów procentowych wzrosła stopa procentowa ?
    b) O ile procent wzrosła stopa procentowa ?

11. Oblicz : $\dfrac{9^{-1}\cdot 27^{-2}\cdot\sqrt{9^4}}{\left(\frac{1}{9}\right)^2}$

12. Dana jest liczba 123456X , gdzie X oznacza cyfrę jedności . Sprawdź , czy istnieje cyfra X , dla której liczba ta jest podzielna przez 15.

13. Koszt wynajmu autokaru wynosi 1440zł . Na wycieczkę pojechało o 3 uczniów mniej niż planowano , co spowodowało wzrost opłaty dla każdego uczestnika o 2zł .
    a) Ilu uczniów pojechało na wycieczkę ?
    b) Jaki był koszt wycieczki dla każdego uczestnika ?

14. Sprawdź , czy liczby x i y są liczbami przeciwnymi , gdy:
    $x = \frac{2}{3-2\sqrt{2}} + \frac{3}{3+2\sqrt{2}}$ , $y = 2\sqrt{2} - 15$ .

# Liczby rzeczywiste, potęgi, pierwiastki, procenty

***TEST 2***

1. Zbiór liczb rzeczywistych x przedstawionych na osi liczbowej to zbiór liczb spełniających warunek:

A. $x < -1$ i $x \geq 2$ B. $x < -1$ lub $x \geq 2$ C. $x > -1$ i $x \leq 2$ D. $x > -1$ lub $x \leq 2$

2. Zbiór liczb, których odległość na osi liczbowej od liczby -5 jest równa 2, można opisać równaniem:

A. $|x - 5| = 2$ B. $|x - 2| = 5$ C. $|x| = 5$ D. $|x + 5| = 2$

3. Jeżeli $a = \sqrt[3]{-15\frac{8}{8}}$ i $b = \sqrt[3]{-4\frac{17}{27}}$ to:

A. a i b są liczbami niewymiernymi B. a = b C. a > b D. b > a

4. Oprocentowanie w pewnym banku wynosi 9% w stosunku rocznym. Chcąc mieć po roku wraz z odsetkami 9810 zł należy wpłacić na lokatę kwotę:

A. 8927,10 zł B. 9000 zł C. 8927 zł D.9100 zł

5. Przybliżeniem liczy 3582,6 **nie może** być liczba:

A. 4000 B. 3582 C. 3600 D. 3583

6. Liczba $-8^{\frac{2}{3}}$ jest równa:

A. -2 B. -4 C. 4 D. 2

7. Która liczba ze zbioru A= $\left\{\sqrt[3]{\frac{125}{27}}; 0,(3); \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$ jest liczbą niewymierną:

A. 0,(3) B. $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\sqrt[3]{\frac{125}{27}}$

8. Jeżeli przyjmiemy, że $\log 3 \approx 0{,}48$ oraz $\log 200 \approx 2{,}3$ to $\log 600$ wynosi w przybliżeniu:

A. 1,104 B. 2,78 C. -1,82 D. 1,82

9. Oblicz: $3\sqrt[3]{-125} - \sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{-250}$

10. Oblicz wartość wyrażenia: $\frac{\log_2 27}{\log_2 18 - 1}$

11. Liczbę $|3{,}14 - \pi| + |\pi - 3{,}14|$ zapisz bez użycia znaku wartości bezwzględnej. Następnie oceń, czy jest to liczba wymierna, czy niewymierna.

12. Wskaż przedziały liczbowe A i B, które spełniają jednocześnie warunki:

$A \cap B = \langle 0, 2)$, $A \cup B = (-5, \infty)$, $A \setminus B = (-5, 0)$.

13. Julka obliczyła wartość wyrażenia $\left[\left(7+\sqrt{24}\right)^{\frac{1}{2}}+\left(7-\sqrt{24}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^2$ i otrzymała wynik 20, okazał się błędny. Oblicz błąd względny jej obliczeń i wyraź go w procentach.

14. Planując czterotygodniowe wakacje, rodzina Kowalskich przeznaczyła pewną kwotę na wyżywienie. W pierwszym tygodniu wydano 30% zaplanowanej kwoty, w drugim tygodniu o 60 zł mniej niż w pierwszym, w trzecim połowę reszty pieniędzy. Na czwarty tydzień zostało 270 zł. Oblicz kwotę, którą rodzina Kowalskich przeznaczyła na wyżywienie.

15. Ala i Ola zdawały egzamin testowy z matematyki. Ola rozwiązała poprawnie 74% zadań, Ala była lepsza o 14 punktów procentowych. O ile procent więcej zadań rozwiązała Ala od Oli?

# ***Liczby rzeczywiste, potęgi, pierwiastki, procenty***

***Test 3***

1. Liczba: $64^{-\frac{2}{3}}$ jest równa:

A) -16 B) $-\frac{1}{16}$ C) 16 D) $\frac{1}{16}$

2. Liczba: $\log_2 9$ jest równa:

A) $\log_2 5 + \log_2 4$ B) $\log_2 3 \log_2 3$ C) $\frac{1}{2}\log_2 18$ D) $2\log_2 3$

3. Wskaż liczbę, której 0,4% jest równe 20.

A) 500 B) 8 C) 5000 D) 0,08

4. Liczba $(5 - 3\sqrt{2})^2$ jest równa:

A) 7 B) $43 - 30\sqrt{2}$ C) $43 - 15\sqrt{2}$ D) 43

5. Wśród liczb należących do zbioru A = $\{\sqrt{5}; \sqrt{25}; 0; 1,(23); \frac{3}{7}; \frac{\sqrt{7}}{2}; \frac{\sqrt{1}}{3}\}$ liczb wymiernych jest:

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2

6. Wiadomo, że $|x+2| \leq 4$. Wskaż przedział, do którego należą wszystkie liczby x o tej własności:

A) $(-\infty, -6 > \cup <2, \infty)$ B) (-6,-2) C) $(-\infty, -6) \cup (-2, \infty)$ D) <-6,2>

7. Zapisz wyrażenie W=|3x-12| - |x+3| bez użycia symbolu wartości bezwzględnej dla dowolnej liczby $x \in (-3,4)$.

8. Wykaż, że liczba a = $6\sqrt{2} + (\sqrt{2} - 3\sqrt{3})^2$ jest naturalna.

9. Jakim procentem liczby a jest liczba b, jeżeli a=$(4^{-1})^4 \cdot \sqrt{256}$, b=2

10. Oblicz: $3\sqrt[3]{-125} - \sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{-250}$

11. Antykwariat zakupił dwa obrazy za 2050zł, a na ich sprzedaży zyskał 30% tej kwoty. Za ile złotych zakupił antykwariat każdy z tych obrazów, jeżeli pierwszy dał 33,2% zysku, a drugi 25% zysku?

12. Liczba m jest liczbą naturalną i nie jest podzielna przez 2. Udowodnij, że kwadrat tej liczby powiększony o 1 jest podzielny przez 2

# Równania , nierówności , zadania z treścią

***TEST 1***

1. Rozwiązaniem równania: $x^3 + 2x^2 – 4x – 8 = 0$ jest:

A. x= 2 , x= 4 B. x = -2 , x = 2 C. x= - 2 , x = 4 D. x = 4 , x = -8

2. Liczba m, dla której rozwiązaniem równania $4 + 3(2x – m) = 4x + 3$ jest liczba x = 4, wynosi:

A. 4 B. 2 C. 3 D. – 3

3 Zbiorem rozwiązań nierówności $– 2x^2 + 6x \geq 0$ jest:

A. R B. $(-\infty;0) \cup (3;+\infty)$ C. <0;3> D. (0; 3)

4. Ile liczb całkowitych dodatnich spełnia nierówność: $\frac{4}{3} - \frac{x}{2} > \frac{2x-3}{4}$

A. 3 B. nieskończenie wiele C. żadna D. 2

5. Iloczyn dwóch liczb dodatnich, z których jedna jest większa o 19 od drugiej wynosi 1032.

Liczbami tymi są:

A. 25 i 44 B. – 24 i – 43 C. 42 i 23 D. 24 i 43

6. Uczeń pomyślał pewną liczbę. Najpierw ją pomnożył przez 4, a następnie od wyniku odjął 3. Otrzymał wynik 93. Pomyślana przez niego liczba to:

A. nieparzysta B. liczba pierwsza C. podzielna przez 6 D. podzielna przez 5

7. Podaj interpretację geometryczną nierówności i zapisz jej zbiór rozwiązań: $|x-4| < 8$.
8. Rozwiąż równanie: $\frac{x+3}{4x} = \frac{2}{x-3}$

9. Ustal dziedzinę funkcji określonej wzorem: $f(x) = \frac{\sqrt{2x+3}}{x^2 - x - 2}$

10. Suma cyfr liczby dwucyfrowej jest równa 13. jeżeli na końcu tej liczby dopiszemy 3, to otrzymamy liczbę większą od danej o 687. Wyznacz tę liczbę dwucyfrową.

11. W partii 2 000 żarówek 2% stanowią żarówki wadliwe. Oblicz ile co najmniej wadliwych żarówek należy usunąć, aby w pozostałych było mniej niż 1% z wadami.

12. Dwa różne automaty wykonują razem pewną pracę w ciągu trzech godzin. Gdyby pierwszy automat pracował sam przez jedną godzinę, a drugi pracował sam przez 6 godzin to oba automaty wykonałaby 75% całej pracy. W ciągu ilu godzin każdy automat może wykonać całą pracę samodzielnie?

## Pojęcie funkcji , funkcja liniowa

### TEST 1

1. Które z przyporządkowań określają funkcję :
   I. Każdemu uczniowi klasy przyporządkowujemy datę jego urodzenia;
   II. Każdej liczbie rzeczywistej przyporządkowujemy jej odwrotność ;
   III. Każdej liczbie całkowitej przyporządkowujemy jej sześcian ;

   A. I. i III. B. tylko I . C. II. i III. D. tylko II

2. Punkt $B = (-\sqrt{3}, 3)$ należy do wykresu funkcji $y = -2\sqrt{3}x + b$ , gdy współczynnik $b$ jest równy :

   A. 0 B. -3 C. 3 D.$\sqrt{3}$

3. Najmniejszą liczbą całkowitą dodatnią należącą do dziedziny funkcji $f(x) = \sqrt{3x-1}$ jest :
   A. 1 B. 2 C. 0 D.3

4. Równania $3x - y - 4 = 0$ oraz $0{,}6x - 0{,}2y = 0{,}8$ opisują proste w układzie współrzędnych , które :

A. przecinają się pod kątem prostym ;
B. pokrywają się ;
C. są równoległe i nie pokrywają się ;
D. przecinają się pod innym kątem niż $90^o$ .

5. Wykres funkcji $g(x) = 0{,}3x - 2$ przecina oś OY w punkcie :
   A. $\left(\frac{3}{10} ; -2\right)$ B. $(0 ; 0{,}3)$ C. $(-2 ; 0)$ D. $(0; -2)$

6. Funkcja $h(x) = (2k+1)x - 3$ jest malejąca dla :
   A. $k < -1$ B. $k < -0{,}5$ C. $k > -0{,}5$ D. $k = -0{,}5$

7. Napisz wzór funkcji liniowej , której wykres przecina oś OY w punkcie (8,4) i jest prostopadły do prostej $y = -4x - 1$ .

8. Dana jest funkcja $f(x) = ax + 4$ .
a) Wyznacz wartość $a$ , dla której miejscem zerowym funkcji f jest liczba -1 .
b) Wyznacz wartość $a$ , dla której prosta będąca wykresem funkcji f jest nachylona do osi OX pod kątem $60^o$.

9. Wykres funkcji liniowej $g(x)$ przechodzi przez punkt $B = \left(\frac{1}{2}\,;\,-3\right)$ i przecina oś OY w tym samym punkcie , co wykres funkcji $h(x) = -2x^2 + 3x - 1$. Podaj wzór funkcji $g(x)$ .

10. Dana jest funkcja $f(x) = \begin{cases} -x & dla\ x \in \langle -\infty, 1) \\ 2x - 3 & dla\ x \in \langle 1, 3) \end{cases}$ Naszkicuj wykres tej funkcji. Odczytaj z wykresu, dla jakich argumentów wartości tej funkcji są nieujemne .

# Pojęcie funkcji, funkcja liniowa.

1. Dziedziną funkcji określanej wzorem f(x)= $\frac{2x-1}{x^2+1}$ jest zbiór:

A) R - {1} B) R - {1,-1} C) R - {-1} D) R

2. Proste l i k są równoległe i l: 3x - 2y=0, k: y= a x +b. Wówczas:

A) a=3 B) a= $\frac{3}{2}$ C) a= -3 D) a= - $\frac{3}{2}$

3. Funkcja f(x)= (2m+6) x+2m - 3 jest rosnąca, dla

A) m ϵ (-∞ , -3) B) m ϵ <-3, ∞) C) m ϵ (-∞,3) D) m ϵ (-3,∞)

4. Wzór funkcji liniowej f spełniającej warunki: f(1)=3 i f(-2)=6, to:

A) f(x)= -x+4 B) f(x)= x-4 C) f(x)= x+2 D) f(x)= 3x

5. Wzór funkcji, której wykres powstaje przez przesunięcie wykresu funkcji f o 4 jednostki w lewo, to:

A) y= f(x-4) B) y= f(x)-4 C) y= f(x+4) D) y= f(x)+4

6. Wykres funkcji f określonej wzorem f(x)= $3^x$+a jest położony nad prostą y=-3, gdy:

A) a ≤ -3 B) a > -3 C) a < -3 D) a ≤ -5

7. Dana jest funkcja f(x)=($\frac{1}{2}$m +3) x - 5. Wyznacz parametr m tak, aby miejscem zerowym funkcji była liczba x= -2

8. Wyznacz dziedzinę funkcji f(x)=$\frac{2}{\sqrt{3x-1}}$ .

9. Dana jest funkcja f określona wzorem: f(x) = $\begin{cases} 2x-1, & gdy\ x \leq 2 \\ \frac{1}{2}x+1, & gdy\ x > 2 \end{cases}$

a) naszkicuj jej wykres
b) znajdź jej miejsca zerowe

10. Funkcja f, której dziedziną jest zbiór liczb całkowitych, określona jest wzorem f(x)=a x+ b, gdzie a≠0, b≠0 oraz za pomocą tabeli częściowej:

| x | -2 | 1 |
|---|---|---|
| f(x) | 4 | 1 |

Sprawdź, czy punkt A=( $\frac{a}{b}$ , $\frac{-5a}{b}$ ) należy do wykresu tej funkcji.

11. Dane są funkcje f i g określone wzorami $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ , $g(x) = -x - 1$

a) Sporządź wykresy tych funkcji w jednym układzie współrzędnych.
b) Dla jakiego argumentu obie funkcje mają tę samą wartość?
c) Dla jakich argumentów funkcja f przyjmuje wartości mniejsze od wartości funkcji g?
d) Dla jakich argumentów obie funkcje przyjmują wartości dodatnie?

12. Wykres funkcji liniowej f przechodzi przez punkt P=(1,-3), a zbiorem rozwiązań nierówności $f(x)>0$ jest przedział $(3,\infty)$. Wyznacz wzór funkcji f.

# Funkcja kwadratowa

**TEST 1**

**1.** Zbiorem rozwiązań nierówności $x^2 < 4$ jest przedział :
A. $(-\infty; 2)$ B. $(-\infty; 4)$ C. $(-4; 4)$ D. $(-2; 2)$

**2.** Osią symetrii wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = 4x^2 - 8x + 8$ jest prosta o równaniu :
A. $y - 8 = 0$ B. $x - 1 = 0$ C. $x = 2$ D. $y = 1$

**3.** Zbiorem wartości funkcji kwadratowej $y = -x^2 + 2x + 3$ jest przedział :
A. $(-\infty; 1\rangle$ B. $(-\infty; 2\rangle$ C. $(-\infty; 3\rangle$ D. $(-\infty; 4\rangle$

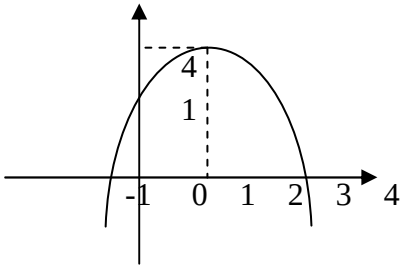
**4.** Współrzędne wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji $f(x) = -2(x-2)(x+4)$ są równe :
A. $W = (-8; 80)$ B. $W = (1; 10)$ C. $W = (-1; 18)$ D. $W = (3; 14)$

**5.** Wykres funkcji kwadratowej $y = 2(x-3)^2 - 7$ przecina oś OY w punkcie :
A. $(0; 11)$ B. $(11; 0)$ C. $(0; -7)$ D. $(0; -3)$

**6.** Do wykresu funkcji $y = x^2 - 4x + 4$ **nie** należy punkt :
A. $(-2; 16)$ B. $(1; -1)$ C. $(-3; 25)$ D. $(4; 4)$

**7.** Wyznacz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)(x-3)$ w przedziale $\langle -1; 3\rangle$ .

**8.** Na podstawie wykresu funkcji kwadratowej f określ jej wzór




**9.** Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f są liczby 1 oraz -6 . Oblicz wartość wyrażenia $\frac{3f(94)}{f(-24)}$

**10.** Rozwiąż graficznie nierówność $x^2 \leq x + 6$ .

**11.** Funkcja kwadratowa f przyjmuje największą wartość równą $3\frac{1}{5}$, a zbiorem rozwiązań nierówności $f(x) > 0$ jest przedział $(-5; 3)$. Wyznacz wzór funkcji w postaci ogólnej

**12.** Dana jest rodzina funkcji kwadratowych zmiennej rzeczywistej x, opisana wzorem $f(x) = -0{,}5x^2 + ax - 6$, gdzie $a$ jest liczbą rzeczywistą.

a) Dla $a = 1$ wyznacz zbiór tych argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości większe niż funkcja liniowa $g(x) = x - 8$.
b) Wyznacz liczbę $a$, dla której zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-\infty; 0\rangle$.

# Funkcja kwadratowa

***TEST 2***

1. Zbiorem wartości funkcji f(x) = $x^2$+ 2x – 6 jest:

A) < -1, ∞)  B) ( -∞, -1 >  C) (-∞,-7 >  D) < -7, ∞ )

2. Wskaż równanie paraboli, której osią symetrii jest prosta o równaniu: x=2

A) y= $x^2$+ 2  B) y= $x^2$- 8x+16  C) y=$x^2$- 4x+4  D) y=$x^2$-2

3. Dana jest funkcja kwadratowa określona wzorem: f(x)=a$x^2$ +bx +c i a= - 2. Miejscami zerowymi funkcji f są liczby : -1 i 3. Funkcja przyjmuje wartości dodatnie, gdy:

A) x ϵ (-∞,-1) υ (3,∞)  B) x ϵ (-∞, -1> υ<3, ∞)  C) x ϵ <-1,3>  D) x ϵ (-1,3)

4. Wykres funkcji kwadratowej f(x)= -3(x-2)²+4 ma jeden punkt wspólny z prostą:

A) y=-4  B) y=-2  C) y=4  D) y=2

5. Dana jest funkcja określona wzorem: f(x)=$x^2$+4x+3. Wówczas:

A) funkcja osiąga swoją wartość największą
B) funkcja nie ma miejsc zerowych
C) osią symetrii wykresu jest prosta x=2
D) funkcja osiąga swoją wartość najmniejszą

6. Funkcja f określona jest wzorem f(x)= - 2(x+3)$^2$-5. Wskaż równanie prostej, która jest osią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji f.

A) x=3  B) x=5  C) x=-3  D) x= -5

7. Wyznacz wszystkie wartości x, dla których funkcja f(x)= 3x²+4x+1 jest rosnąca.

8. Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji f(x)=2x²-6x+3 w przedziale <-1,2>.

9. Funkcja g(x)= - x²+ bx - 25 osiąga największą wartość dla argumentu 5. Wyznacz współczynnik b.

10. Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej są: -1 oraz 5. Wykres funkcji przecina oś OY w punkcie A=(0,$\frac{5}{2}$) . Podaj wzór ogólny funkcji i narysuj jej wykres.

11. Właściciel gospodarstwa agroturystycznego chce wygrodzić w ogrodzie prostokątny plac zabaw dla dzieci. Dysponuje płotem długości 84m, a powierzchnia placu ma być możliwie największa. Wyznacz wymiary tego placu zabaw i oblicz jego pole.

12. Dana jest funkcja kwadratowa f(x)= a x ² + b x + c . Do wykresu tej funkcji należy punkt A=(-1,-13), a jej wartość największa jest równa 2 dla x=4. Wyznacz współczynniki a, b, c.

# ***Funkcja kwadratowa***

***TEST 3***

1. Liczba $a$ , dla której rozwiązaniem równania $3(x+a)-4=2x+5$ jest liczba x = 3 , wynosi :

   A. 3 B. 2 C. 0 D. -1

2. Rozwiązaniem równania $\frac{2x-3}{-x+7}=-\frac{1}{6}$ jest :

   A. -2 B. 0 C. 4 D. 1

3. Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases}3x+y=2\\x-2y=3\end{cases}$ jest para liczb :

   A. $\begin{cases}x=-1\\y=-1\end{cases}$ B. $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$ C. $\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$ D. $\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}$

4. Najmniejszą liczbą spełniającą równanie $x^3+x^2-9x-9=0$ , jest :

   A. -3 B. -6 C. 3 D. -1

5. Ile jest liczb całkowitych dodatnich spełniających nierówność $2(x-3)+4(-x+2)>10$ ?

   A. 2 B. 0 C. 3 D. 1

6. Zbiorem rozwiązań nierówności $2x^2-8>0$ jest :

   A. $(-\infty,-2\rangle\cup\langle 2,\infty)$ B. $(-2,2)$

   C. $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$ D. $\langle -2,2\rangle$

7. Ile liczb pierwszych spełnia nierówność $(2x-2)(16-4x)\geq 0$ ?

8. Rozwiąż równanie $4x-1=5-\sqrt{2}\,x$ . Czy pierwiastek równania jest liczbą wymierną ?

9. Jeżeli od trzykrotności pewnej liczby x odejmiemy jej odwrotność , to otrzymamy -2 . Jaką liczbą jest x ?

**10.** Suma cyfr pewnej liczby dwucyfrowej wynosi 15. Jeśli od tej liczby odejmiemy liczbę powstałą z przestawienia jej cyfr , to otrzymamy liczbę równą 9 . Co to za liczba ?

11. Obwód czworokąta wynosi 0,28m. Drugi bok jest o 5cm większy od $\frac{1}{3}$ boku pierwszego , trzeci zaś bok jest stanowi 75% drugiego , a 120% czwartego boku . Oblicz długości boków tego czworokąta .

12. Odległość między miastami A i B wynosi 540km . Pociąg ekspresowy pokonuje tę odległość w czasie o 3 godziny krótszym niż pociąg osobowy . Prędkość ekspresu jest większa od prędkości pociągu osobowego o 30km/h. Oblicz średnie prędkości obu pociągów .

# ***Wielomiany***

**TEST 1**

1. Wartość wielomianu $w(x) = -x^2 - 6x + 2$ dla x= -1 wynosi :

   A. -3 B. --5 C. 7 D. -7

2. Stopień wielomianu $p(x) = (x-1)^2\,(3x^2+1)(-4x^4-4)$ jest równy :

   A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

3. Wielomian $u(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 8x$ po rozłożeniu na czynniki ma postać:
   A. $u(x) = x(x-2)(x+2)^2$ B. $u(x) = x(x+2)(x-2)^2$

   $C. u(x) = x^2(x-2)(x+2)^2$ D. $u(x) = -x(x-2)(x+2)^2$

4. Jeśli $w(x) = 2x^2 - 6$ $i$ $u(x) = -x^3 + 4x + 2$ , to $f(2) = 4$ dla :

   A. $f(x) = w(x) + u(x)$ B. $f(x) = w(x) - u(x)$

   C. $f(x) = w(x) \cdot u(x)$ D. $f(x) = w(x) + 2u(x)$

5. Która z liczb : -2 , -1 , 1 ,0, 2 jest miejscem zerowym wielomianu

   $$u(x) = x^4 - 5x^2 + 4$$

   A. -2 , 0 B. -2 , 1 , 0 C. -2 , -1 , 1 , 2 D. 2 , -1 ,0

6. Pierwiastkami równania $(x-3)(2-x)(5x+20) = 0$ są :

   A. -3 , 4 , 2 B. -3, -4 , -2 C. 3 , 2 ,4 D. -4,2,3

7. Wyznacz współczynniki p i q wielomianu $w(x) = x^3 + px^2 - 4x + q$ , jeśli $w(-1) = 4$ $i$ $w(0) = 3$ .

8. Rozwiąż równanie $x^3 - 3x^2 - 5x + 15 = 0$ .

9. Wyznacz wielomian $g(x) = [u(x)]^2 - 2w(x) + 3\,u(x) \cdot w(x)$ , jeśli : $u(x) = 3x^2 - 2$ $i$ $w(x) = -3x^2 + x - 2$ .

10. Dla jakich wartości parametrów a i b wielomian $u \cdot v - w$ jest wielomianem zerowym?

    $u(x) = 4 - x$ ; $v(x) = 2x^2 + ax + b$ ; $w(x) = -2x^3 + 6x^2 + 5x + 12$

11. Dla jakiej wartości parametru $m$ liczba $a = 3$ jest pierwiastkiem wielomianu $w(x) = x^3 + (2m - 1)x^2 - 5x - 12$ .

12. Dla jakiej wartości parametru $k$ wielomiany

$$u(x) = (x^2 - k)(1 + kx) \quad i \quad w(x) = 2\,x^3 + x^2 - 4x - 2$$ są równe ?

# ***Wielomiany***

***TEST 2***

1. Które z podanych wyrażeń **nie jest** wielomianem?

   A. $-x^3 + 2x^2 + 5$  B. $x + \frac{1}{3}$  C. $x^4 + \sqrt{x} - 1$  D. 8

2. Wielomian $W(x) = (p + 1)x + 5$ jest wielomianem stopnia 0, gdy:

   A. p=1  B. p=0  C. p= -1  D. p>0

3. Wielomian $W(x) = -3(x^2 - 1)(x + 5)(2 + x)^3$ jest stopnia:

   A. 3  B. 4  C. 6  D. 8

4. Wielomiany $P(x) = (x^2 - 3)^2$ i $Q(x) = x^4 + (a-2)x^3 + bx^2 + 9$ są równe dla:

   A. a=2, b= -6  B. a=0, b= - 6  C. a=2, b=6  D. a=0, b=6

5. Wyrażenie $(2x - 1)^2 - (3x - 1)^2 + (x - \frac{1}{3})$ dla x=1 ma wartość równą:

   A. $2\frac{1}{3}$  B. $-3\frac{2}{3}$  C. $-2\frac{1}{3}$  D. $-\frac{1}{3}$

6. Jaki jest zbiór rozwiązań równania $x^3 - 3x + 2 = 0$?

   A. {-1, 1, 2}  B. {-2, 1}  C. {-2, -1, 1}  D. zbiór pusty

7. Rozwiąż równanie $x^3 - 6x^2 + 2x - 12 = 0$.

8. Mając dane wielomiany $W(x) = 3x^2 - 4x - 1$ i $Q(x) = 12x^3 + 3x^2 - x - 2$ oblicz $Q(x) - 2P(x)$.

9. Wiedząc, że $W(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$ napisz wzór wielomianu $G(x) = W(x-1)$.

10. Rozłóż na czynniki liniowe wyrażenie $4x^3 - 32$.

11. Wielomian W określony jest wzorem $W(x) = ax^2 + 7x + 1$. Oblicz a, gdy $W(-2)=-21$.

12. Jaki wielomian należy dodać do wielomianu $Q(x) = 8x^5 - x^3 + x^2 - 1$, aby otrzymać dwumian x+2?

# Wielomiany i wyrażenia algebraiczne

1. Rozkładając wielomian $W(x) = x^3 - 2x^2 - 9x + 18$ na czynniki liniowe otrzymamy wielomian:
   a) $(x+2)(x+3)(x-2)$
   b) $(x-2)(x-3)(x+2)$
   c) $(x+3)(x-3)(x-2)$
   d) $(x+2)(x-3)(x+3)$
2. Zbiór $R - \{-3, 0, 2\}$ jest dziedziną wyrażenia
   a) $\frac{x^2 - 3x + 5}{x^3 + 5x^2 + 6x}$
   b) $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 1}$
   c) $\frac{-3x + 1}{x(x-3)(x-2)}$
   d) $\frac{2x - 1}{x(x+3)(x-2)}$
3. Wskaż wielomian równy wielomianowi $W(x) = (x-2)^3$:
   a) $P(x) = x^3 - 8$
   b) $P(x) = x^3 + 8$
   c) $P(x) = x^3 - 6x + 12x - 8$
   d) $P(x) = x^3 + 6x - 12x - 8$
4. Liczba 2 jest pierwiastkiem wielomianu $W(x) = x^3 + mx^2 - 3x + 2$. Parametr m jest równy:
   a) 2
   b) 1
   c) -2
   d) -1
5. Dane jest wyrażenie $W(x) = \frac{2x}{x-3}$. Wartość tego wyrażenia dla $x = \sqrt{7}$ jest równa:
   a) $\frac{7 + 3\sqrt{7}}{10}$
   b) $\frac{7 + 3\sqrt{7}}{4}$
   c) $-7 - 3\sqrt{7}$
   d) $-7 + 3\sqrt{7}$

6. Wielomiany $P(x) = x^4 + (a+3)x^3 + bx^2 + 16$ oraz $W(x) = x^4 - 8x^2 + 16$ są równe dla:
   a) a = -3, b = -8
   b) a = 0, b = 8
   c) a = -3, b = 8
   d) a = 0, b = -8

7. Uprość wyrażenie: $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}$.

8. Jeżeli do pewnej liczby dodamy jej sześcian to otrzymamy liczbę trzy razy większą od sumy kwadratu tej liczby i liczby 1. Znajdź tę liczbę.

9. Wykaż, że suma pierwiastków wielomianu $W(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$ jest równa 1.

10. Wyznacz wartości a i b, tak aby W(1) = 0 i W(2) = 28, jeżeli $W(x) = x^3 + (2a - 1)x^2 - (a - b)x + a + b$.

11. Rozwiąż równanie: $\frac{2x - 3}{x + 1} - 1 = 0$.

12. Suma cyfr liczby trzycyfrowej jest równa 19. Różnica cyfr setek i jedności jest równa 1. Jeżeli cyfry zapiszemy w odwrotnej kolejności, to otrzymamy liczbę mniejszą od danej o 99. Wyznacz liczbę trzycyfrową.

# Ciągi liczbowe

***TEST 1***

1. Ciąg $(a_n)$ jest ciągiem arytmetycznym o różnicy -4 . Piąty wyraz tego ciągu jest równy -18. Wobec tego pierwszy wyraz ciągu wynosi :

   A.-4 B. -14 C. -2 D. 1

2. W ciągu arytmetycznym $(a_n)$ pierwszy wyraz jest równy -15 , zaś $a_{126} = 360$. Różnicą tego ciągu jest liczba :

   A. 3 B. 15 C. -3 D. -24

3. Ciąg $(a_n)$ jest określony wzorem ogólnym $a_n = (-1)^{n-4} \cdot (-3)^{n+1}$ . Czwarty wyraz tego ciągu ma wartość :

   A. 0 B. -243 C. 243 D. -81

4. Który z podanych ciągów jest ciągiem geometrycznym ?

   A. $c_n = 4n^2$ B. $c_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$ C. $c_n = -2n + 2$ D. $c_n = \frac{n}{n+1}$

5. Liczby $12\,;6\,;x-2$ , w podanej kolejności , są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego . Liczba $x$ wynosi :

   A. 5 B. 0 C. 2 D. 3

6. Suma dziewięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego , w którym $a_2 = 4 \;\; i \;\; a_5 = -32$ , jest równa :

   A. 1024 B. -1024 C. -342 D. 342

7. Wyrazami ciągu arytmetycznego $(a_n)$ są kolejne liczby naturalne , które przy dzieleniu przez 7 dają resztę 3 . Wyraz pierwszy jest mniejszy od 7 . Oblicz $a_{49}$ .

8. Oblicz pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego i różnicę , jeśli : $\begin{cases} a_4 - a_2 = 8 \\ a_2 \cdot a_4 = 105 \end{cases}$ .

9. Pani Ewa wpłaciła na konto swego syna Tomka 120zł w dniu jego pierwszych urodzin . Na każde następne urodziny wpłacała o 30zł więcej niż w roku poprzednim .
   a) Jaką kwotę pieniędzy wpłaci na konto syna pani Ewa w dniu jego 18 urodzin ?

   b)Jaki będzie stan konta Tomka po upływie 18lat ?

10. W ciągu geometrycznym jest dane : $a_1 = -2$ oraz $a_3 - 2a_4 = -15a_2$.
    a) Oblicz iloraz tego ciągu .
    b) Określ , czy ciąg ten jest rosnący , czy malejący .

11. Agata kupiła trzy książki , za które zapłaciła razem 84zł . Ceny tych książek tworzą ciąg geometryczny . Za pierwszą i drugą zapłaciła razem o 12zł mniej niż za trzecią . Ile Agata zapłaciła za każdą z tych książek ?

12. Trzy liczby , których suma jest równa 21 , tworzą ciąg arytmetyczny . Jeżeli od pierwszej liczby odejmiemy 1 , od drugiej 4 , a od trzeciej trzy , to otrzymane liczby utworzą ciąg geometryczny . Znajdź te liczby .

# Ciągi liczbowe

***TEST 2***

1. Suma $2 + 4 + 6 + \ldots + 102$ jest równa:

A. 2601 B. 2580 C. 2652 D. 2600

2. Ciągiem geometrycznym o ilorazie – 3 jest ciąg:

A. $a_n = -3 \cdot 2^n$ B. $a_n = 3^{-n}$ C. $a_n = 2 \cdot (-3)^n$ D. $a_n = -3^n$

3. Jeżeli liczby: $-1, 2, 3 - x$ tworzą ciąg geometryczny, to:

A. $x = 7$ B. $x = -7$ C. $x = -2$ D. $x = -1$

4. Suma dziesięciu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego o pierwszym wyrazie

$-2$ i różnicy $\frac{1}{3}$ jest równa:

A. $-\frac{10}{3}$ B. 5 C. $\frac{10}{3}$ D. – 5

5. Co jest wykresem ciągu o wyrazie ogólnym $a_n = 2n - 1$?

A. odcinek C. półprosta

B. zbiór współliniowych punktów D. prosta

6. Wyraz ogólny ciągu ma postać $a_n = n^2 - 10n + 18$. Ile wyrazów tego ciągu jest ujemnych?

A. 7 B. 8 C. 0 D. 5

7. Dany jest ciąg $a_n = \frac{n+1}{n}$. Wyznacz wzór ogólny ciągu $b_n = a_{n+1} - a_n$. Odpowiedź podaj w najprostszej postaci.

8. Drugi wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 7, a piąty 25. Oblicz różnicę i pierwszy wyraz tego ciągu.

9. Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego $(a_n)$ jest równy 2, a suma sześciu początkowych wyrazów tego ciągu wynosi 57.

a) Oblicz sumę dwudziestu początkowych wyrazów ciągu $(a_n)$.

b) Dla jakiego n liczby: $a_1$, $a_3$, $a_n$ tworzą ciąg geometryczny?

10. Wyrazami ciągu arytmetycznego $(a_n)$ są kolejne liczby naturalne, których reszta z dzielenia przez 5 jest równa 3. Oblicz $a_{10}$, jeśli pierwszym wyrazem tego ciągu jest liczba 3.

11. Dany jest ciąg geometryczny $(a_n)$, którego iloraz jest równy 6 oraz $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 64$. Oblicz $a_1$.

12. Wyznacz pierwszy wyraz ciągu geometrycznego, wiedząc, że jego iloraz jest równy 3, a suma czterech początkowych wyrazów wynosi $6\frac{2}{3}$.

# Ciągi liczbowe

***TEST 3***

1. Liczby (2, x, 8) tworzą ciąg geometryczny, który nie jest monotoniczny. Wówczas:
   a) x = 4
   b) x = 5
   c) x = -4
   d) x = 4 lub x = -4
2. Liczby (5, 9, 2x-1) tworzą w podanej kolejności ciąg arytmetyczny. Liczba x jest równa:
   a) x= 8, 6
   b) x= 7
   c) x = 7,6
   d) x = 11
3. Dany jest ciąg $a_n = 2n^2 – n$. Wyraz $a_{n+1}$ tego ciągu ma postać:
   a) $2n^2 + 3n + 1$
   b) $2n^2 - n + 3$
   c) $2n^2 + 3n + 3$
   d) $2n^2 - n + 1$
4. Ciąg $(a_n)$ określony jest wzorem $a_n = n^2 – 5n + 6$. Wyrazy tego ciągu równe zero to:
   a) $a_6$ i $a_8$
   b) $a_3$ i $a_6$
   c) $a_2$ i $a_7$
   d) $a_2$ i $a_3$
5. Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego $(a_n)$ jest równy -2, a ósmy 12. Zatem:
   a) $a_4 < 0$
   b) $a_4 = 3$
   c) $a_4 = 0$
   d) $a_4 > 0$
6. Ile wyrazów ciągu $(a_n)$ określonego wzorem $a_n = 2(n – 1) + 1$ należy do przedziału (-2, 8)?
   a) 5
   b) 8
   c) 4
   d) 9

7. Dany jest ciąg określony wzorem $a_n = - 2n^2 + 8n + 10$. Które wyrazy ciągu są nieujemne?

8. Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny. Suma tych liczb wynosi 15. Jeżeli do pierwszej liczby dodamy 5, do drugiej 3, a do trzeciej 19, to otrzymamy ciąg geometryczny. Wyznacz te liczby.

9. Rozwiąż równanie: $-4 – 1 + 2 + 5 + \ldots + x = 490$.

10. W ciągu geometrycznym q = 2, a suma 8 początkowych wyrazów wynosi 765. Wyznacz $a_1$.

11. Wykaż, że ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{-n+2}{n}$ jest monotoniczny.

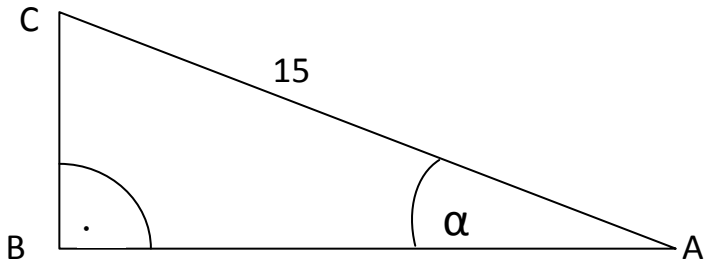
12. Zawodnik wspinał się na maszt. Za pokonanie pierwszych dwóch metrów otrzymał 10 pkt. Za pokonanie następnego metra otrzymał 30 pkt, a za pokonanie każdego następnego otrzymywał trzy razy więcej niż za pokonanie poprzedniego. Zawodnik otrzymał 3640 pkt. Ile metrów pokonał?

# Trygonometria , planimetria

***TEST 1***

1. Na poniższym rysunku $\cos \propto = \frac{1}{3}$. Długość boku BC trójkąta ABC wynosi :

   A. $2\sqrt{2}$ B. 22,5 C. $10\sqrt{2}$ D. 1




2. Wyrażenie $(\cos 30^0 + \sin 60^0)(\cos 30^0 - \sin 60^0)$ przyjmuje wartość:

   A. $\frac{1}{4}$ B. 0 C. 0,5 D. $\frac{3}{4}$

3. Jeśli $\propto$ jest kątem ostrym i $\cos \propto = \frac{3}{5}$, to $\sin \propto$ wynosi :

   A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{9}{25}$ D. $\frac{16}{25}$

4. Jeżeli $\propto$ jest kątem ostrym , to tożsamością trygonometryczną nie jest :

   A. $(\sin \propto + \cos \propto)^2 = 1$
   B. $1 + cos^2 \propto - sin^2 \propto = 2cos^2 \propto$
   C. $\cos \propto + \cos \propto tg^2 \propto = \frac{1}{\cos \propto}$
   D. $\frac{\sin \propto + \cos \propto}{\cos \propto} = 1 + tg \propto$

5. Jeżeli długości przyprostokątnych trójkąta prostokątnego są w stosunku $\sqrt{3}: 3$ , to jeden z kątów ostrych ma miarę :

   A. $45^o$ B. $60^o$ C. $75^o$ D. $35^o$

6. Samolot startuje z lotniska pod kątem $30^o$ do poziomu . Po przebyciu 3km w linii prostej samolot znajdzie się na wysokości :

   A. 6km B. $\sqrt{3}$ km C. $3\sqrt{3}$ km D. 1,5km

7. Wyznacz miarę kąta ostrego $\propto$ , dla której wyrażenie $\frac{sin^3\propto+cos^2\propto\sin\propto}{\cos\propto}$ przyjmuje wartość $\sqrt{3}$ .

8. Wykaż , że istnieje kąt ostry $\propto$ taki , że : $\sin\propto=\frac{\sqrt{3}}{3}$ i $tg\propto=\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

9. Wiedząc , że $tg\propto=\frac{1}{3}$, oblicz wartość wyrażenia $3(-sin^2\propto+1)$ .

10. Napisz równanie prostej , która przechodzi przez punkt P ( -4 , -3 ) i jest nachylona do osi OX pod kątem $60^o$.

11. Dany jest trapez równoramienny , w którym długości podstaw wynoszą 3 i 5 , a ramię ma długość 4. Oblicz tangens kąta ostrego tego trapezu .

12. Na morzu widać z żaglówki światło latarni morskiej pod kątem o mierze $30^0$ do poziomu . Po przepłynięciu 50m w kierunku latarni jej światło widać pod kątem o mierze $60^0$ do poziomu . Oblicz wysokość latarni .Wynik podaj z dokładnością do 0,1m .

# Trygonometria , planimetria

***TEST 2***

1. Kąt między ramionami trójkąta równoramiennego ma miarę $40^o$. Wysokość tego trójkąta poprowadzona do ramienia tworzy z podstawą kąt o mierze:

A. $20^o$ B. $40^o$ C. $50^o$ D. $70^o$

2. Jeżeli dwa czworokąty podobne mają pola 25 $cm^2$ i 50 $cm^2$, to skala podobieństwa k jest równa:

A. 4 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $-\sqrt{2}$

3. Kąt wpisany w okrąg jest o $70^o$ mniejszy od kąta środkowego opartego na tym samym łuku. Jaką miarę ma kąt środkowy?

A. $70^o$ B. $35^o$ C. $110^o$ D. $140^o$

4. Kąt α jest cztery razy mniejszy od kąta do niego przyległego. Ile wynosi miara kąta α?

A. $76^o$ B. $45^o$ C. $36^o$ D. $30^o$

5. Kąt ostry rombu ma miarę $30^o$, a jego bok ma długość 4. Pole tego rombu jest równe:

A. 4 B. $4\sqrt{3}$ C. 8 D. $8\sqrt{3}$

6. Pole koła wpisanego w kwadrat o polu 64 jest równe:

A. $64\pi$ B. $32\pi$ C. $16\pi$ D. $8\pi$

7. Boki trójkąta są równe 13 cm, 15 cm i 20 cm. Wyznacz boki trójkąta podobnego, którego obwód jest równy 16 cm.

8. Punkty A, B, C, D są kolejnymi wierzchołkami trapezu, w którym AB || CD. Uzasadnij, że dwusieczne kątów DAB oraz CDA przecinają się pod kątem prostym.

9. Podstawy trapezu są równe 18 cm i 12 cm. O ile centymetrów należy przedłużyć ramię trapezu długości 6 cm, aby przecięło prostą zawierającą drugie ramię tego trapezu?

10. Oblicz pole trójkąta prostokątnego, wiedząc, że wysokość dzieli przeciwprostokątną na odcinki długości $4 + \sqrt{7}$ i $4 - \sqrt{7}$.

11. W okręgu o promieniu 6 poprowadzono cięciwę AB. Długość luku AB jest równa $2\pi$

    Oblicz miarę kąta zawartego między cięciwą AB a styczną do okręgu poprowadzoną w punkcie A.

12. Oblicz pole równoległoboku o bokach 12 i 15, wiedząc, że stosunek miar jego sąsiednich kątów jest taki sam jak stosunek sąsiednich boków. Wynik zaokrąglij do pierwszego miejsca po przecinku.

# Funkcje trygonometryczne

## Test 3

1. W trójkącie prostokątnym ABC kąt przy wierzchołku A ma miarę $30^0$, a najkrótszy bok ma długość 4cm. Długość przeciwprostokątnej jest równa:
   a) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
   b) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$
   c) $4\sqrt{3}$
   d) 8
2. Człowiek o wysokości 1,8m rzuca cień o długości 2,4m. Ile wynosi kąt padania promieni słonecznych na powierzchnię ziemi?
   a) $35^0$
   b) $36^0$
   c) $37^0$
   d) $34^0$
3. Podstawy trapezu równoramiennego mają długości 10 i 6, zaś ramię ma długość 4. Miara kąta ostrego trapezu jest równa:
   a) $60^0$
   b) $30^0$
   c) $\alpha > 60^0$
   d) $\alpha < 30^0$
4. Dany jest trójkąt równoramienny o wysokości 24, podstawie 20 i ramieniu 26. Kąt $\alpha$ jest kątem przy podstawie trójkąta. Wynika stąd, że:
   a) $\sin\alpha = \frac{5}{13}$
   b) $\cos\alpha = \frac{5}{12}$
   c) $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{12}{13}$
   d) $\sin\alpha = \frac{12}{13}$
5. Wartość wyrażenia $\sin^2 30^0 + \cos^2 60^0 - \mathrm{tg}^2 45^0$ jest równa:
   a) 1
   b) $-\frac{1}{2}$
   c) 0
   d) $-\frac{3}{4}$

6. Jeżeli $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ i $\alpha$ jest kątem ostrym, to $\cos\alpha$ jest równy:
   a) $\frac{2}{5}$
   b) $\frac{4}{25}$
   c) $\frac{3}{5}$
   d) $\frac{4}{5}$
7. Wiedząc, że $\alpha$ jest kątem ostrym i $\operatorname{ctg}\alpha = 3$, oblicz pozostałe wartości funkcji trygonometrycznych.

8. Dany jest trapez równoramienny o podstawach długości 8 i 12 i kącie ostrym $60^o$. Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kąta między przekątną i podstawą trapezu.

9. Sprawdź, czy dla kąta ostrego $\alpha$, zachodzi równość: $\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha} = tg\alpha$.

10. Boki trójkąta prostokątnego mają długości: 5, 12, 13. Jaką wartość przyjmuje wyrażenie $|\sin\alpha - \cos\alpha|$, jeżeli $\alpha$ jest najmniejszym kątem w tym trójkącie?

11. Długość boku równoległoboku jest o 3 większa od wysokości opuszczonej na ten bok. Wyznacz długości boków równoległoboku wiedząc, że jego pole jest równe 10 i $\sin\alpha = \frac{3}{4}$.

12. Kolejka prowadząca na szczyt Gubałówki pokonuje na drodze długości około 1340m różnicę wzniesień około 300m. Zakładając, że kolejka porusza się wzdłuż linii prostej, oblicz, pod jakim kątem wznoszą się tory kolejki.

# Planimetria

1. Promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym o boku a=6 cm wynosi:
   A. $\sqrt{3}$cm  B. $2\sqrt{3}$cm  C. 2cm  D. 3cm

2. Trójkąt ABC jest wpisany w okrąg o środku w pkt. O. Wiadomo, że kąt AOC=$90^o$. Wówczas kąt ABC wynosi:

   A. $30^o$  B. $60^o$  C. $45^o$  D. $180^o$

3. Przekątna kwadratu jest równa 12. Pole tego kwadratu wynosi :
   A. 72  B. 144  C. 36  D. 288

4. Pole rombu wynosi P= 50$cm^2$, a kąt ostry rombu wynosi $30^o$. Długość boku rombu wynosi:

   A. 5 cm  B. 25 cm  C. $5\sqrt{2}$ cm  D. $2\sqrt{5}$cm.

5. Jedna z przyprostokątnych trójkąta jest dwa razy dłuższa od drugiej przyprostokątnej, zaś przeciwprostokątna wynosi 15 cm. Pole tego trójkąta wynosi ;

   A. 30$cm.^2$  B. 45$cm^2$  C. $15\sqrt{3}cm^2$  D. $18\sqrt{5}cm^2$

6. Trójkąt ABC o polu 36 $cm^2$ jest podobny do trójkąta A'B'C' o polu 144$cm^2$. Obwód trójkąta ABC wynosi 26cm, zaś obwód trójkąta A'B'C' wynosi :

   A. 104 cm  B. 13 cm  C. 26 cm  D. 52 cm.

7. Wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta prostego w trójkącie prostokątnym podzieliła przeciwprostokątną na dwa odcinki x= 1cm i y= 9 cm. Wyznacz pole tego trójkąta.

8. Wyznacz pole trójkąta równobocznego, wiedząc, że pole koła wpisanego w ten trójkąt wynosi $36\pi$ $cm^2$.

9. W trapezie o polu 594 $cm^2$ wysokość jest równa 22 cm, a różnica długości równoległych boków wynosi 6 cm. Wyznacz długość boków równoległych tego trapezu.

10. W prostokącie połączono środki sąsiednich boków i otrzymano romb, którego obwód jest równy 20, a pole 24. Oblicz długości boku prostokąta.
11. Z punktu M leżącego na okręgu o promieniu r= 12 poprowadzono dwie cięciwy o tej samej długości MK i MP. Kąt KMP ma miarę $30^o$. Oblicz pole trójkąta KMP .

12. Dany jest równoległobok o kącie ostrym $30^o$. Punkt przecięcia się przekątnych jest odległy od boków równoległoboku odpowiednio o 4cm i 8cm. Wyznacz pole tego równoległoboku i jego obwód.

# Trygonometria

1. Z dokładnością do jednego stopnia podaj miarę takiego kąta ostrego $\alpha$, dla którego tg $\alpha = 2\frac{1}{3}$

A. $\alpha = 23^o$ B. $\alpha = 24^o$ C. $\alpha = 66^o$ D. $\alpha = 67^o$

2. **Nie istnieje** taki kąt ostry, którego sinus jest równy

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{1}{3}$

3. Ile liczb wymiernych należy do zbioru A = {$\sin 30^o$, $tg 45^o$, $\cos 60^o$, $tg 60^o$}

A. jedna B. dwie C. trzy D. cztery

4. Liczba $\log_5 ctg\ 45^o$ jest równa

A. -1 B. 5 C. 1 D. 0

5. Liczba $\cos 5^o tg 5^o$ jest równa liczbie

A. $\sin 5^o$ B. $\frac{1}{\sin 5^o}$ C. $\frac{\sin 5^o}{\cos^2 5^0}$ D. $\sin 5^o \cos^2 5^o$

6. Jeżeli $\alpha$ jest kątem ostrym i $\sin\alpha = \frac{2}{3}$ to wartość wyrażenia $\cos(90^o - \alpha)$ jest równa

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

7. Tangens kąta ostrego $\alpha$ jest równy $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Oblicz cosinus kąta $\alpha$.

8. Udowodnij tożsamość $\frac{1}{1-\sin\alpha}+\frac{1}{1+\sin\alpha}=\frac{2}{\cos^2\alpha}$.

9. Wiedząc, że $\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{3}$, oblicz $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2$.

10. Wyznacz kąty trójkąta prostokątnego, wiedząc, że stosunek cosinusa jednego kąta ostrego do tangensa drugiego kąta ostrego jest równy $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

11. Oblicz sinus i cosinus kąta ostrego, który z osią x tworzy prosta o równaniu y=2x-1.

12. Wykaż, że odwrotność sumy tangensów kątów ostrych trójkąta prostokątnego jest równa iloczynowi sinusów tych katów.

# Geometria analityczna

***TEST 1***

1. Równaniem prostej $k$ prostopadłej do prostej $l$: $y = -\sqrt{3}x + 14$ **nie** może być prosta

   A. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}\,x - 14$ B. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}\,x + 14$

   C. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}\,x - \sqrt{2}$ D. $y = -\sqrt{3}\,x - 4$

2. Punkty $A = (-2,3)$ $i$ $B = (-3,1)$ są wierzchołkami trójkąta równobocznego ABC. Długość boku tego trójkąta wynosi :

   A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{29}$

3. Środkiem okręgu $x^2 - 4x + y^2 - 3 = 0$ jest punkt :

   A. $S = (2,0)$ B. $S = (-4,-3)$ C. $S = (-2,0)$ D. $S = (4,-3)$

4. Wykresy funkcji liniowych $f(x) = \frac{2}{3}x - 2$ $i$ $g(x) = (-3a + 1)x + 2$ są równoległe , gdy $\boldsymbol{a}$ jest równe :

   A. $\frac{1}{9}$ B. $-\frac{2}{9}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{1}{9}$

5. Ile punktów wspólnych ma prosta $x + y + 1 = 0$ z okręgiem $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ ?

   A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

6. Równania $2x - 4y - 6 = 0$ $i$ $1{,}6x - 3{,}2y = 4{,}8$ opisują proste w układzie współrzędnych , które :

   A. przecinają się pod kątem prostym ;
   B. pokrywają cię ;
   C. są równoległe i nie pokrywają się ;
   D. przecinają się pod innym kątem niż $90^o$ ;

7. Wyznacz równanie symetralnej odcinka AB , gdy : A=(-4,2) i B=(2,-4).

8. Wykaż, że trójkąt o wierzchołkach $A = (1,1)$ , $B = (2,6)$ , $C = (-4,2)$ jest trójkątem prostokątnym .

9. Napisz równanie okręgu , którego średnicą jest odcinek AB , gdzie A=(1,-3) , B=(-1,1)

10. Proste o równaniach y = x + 1 , y = 5 – x  oraz y = 0 ograniczają pewien wielokąt .
    a) Naszkicuj te proste ;
    b) Wyznacz współrzędne wierzchołków tego wielokąta ;
    c) Oblicz jego pole i obwód .

11. Odcinek AB , gdzie A=(1,3) i B=(7,-3) , jest podstawą trójkąta ABC . Oblicz współrzędne punktu C tak , aby trójkąt ABC był równoramienny , a jego pole było równe 30.

12. Punkty A=(1,-3) oraz  B=(0,-2) należą do prostej k . Punkt C=(-2,-4) .

    a) Oblicz odległość punktu C od prostej k .
    b) Oblicz współrzędne punktów D i E należących do prostej k , których odległość od punktu C wynosi 5 .

# Geometria analityczna

***TEST 2***

1. Środek okręgu o równaniu $(x - 1)^2 + y^2 = 3$ leży na prostej:

A. $y = 2x - 3$ B. $y = x+1$ C. $y = 2x - 2$ D. $y = 1$

2. Dany jest odcinek o końcach A(2, -1) i B(b, 4). Jeżeli |AB|=5, to:

A. b= -2 B. b=2 C. b= 6 D. b= - 6

3. Okrąg o środku O(-2, 1) i promieniu 4 ma równanie:

A. $(x - 2)^2 + (x - 1)^2 = 16$

B. $(x + 2)^2 + (x - 1)^2 = 4$

C. $(x + 2)^2 + (x - 1)^2 = 16$

D. $(x + 2)^2 + (x -1)^2 = 4$

4. Równanie prostej prostopadłej do prostej $y = -\frac{2}{3}x - 5$ ma postać;

A. $y = -\frac{2}{3}x + 1$

B. $y = \frac{2}{3}x - 2$

C. $y = \frac{3}{2}x + 1$

D. $y = -\frac{3}{2}x - 2$

5. Równanie prostej równoległej do prostej $y = 2x - 8$ ma postać:

A. $y = -\frac{1}{2}x - 7$

B. $y = 2x + 8$

C. $y = -2x - 8$

D. $y = \frac{1}{2}x - 7$

6. Środek odcinka o końcach A(6, 8) B(4, -2) ma współrzędne:

A. (10, 6) B. (2, 10) C. (1, 5) D. (5, 3)

7. Wyznacz równanie prostej prostopadłej do prostej $4x - y + 2 = 0$ i przechodzącej przez punkt P(4, 3).

8. Punkt A(4, 10) należy do okręgu stycznego do osi OX w punkcie B(4, 0). Wyznacz równanie tego okręgu oraz współrzędne jego punktów przecięcia z osią OY.

9. Uzasadnij, że prosta $y = x + 2$ nie jest prostopadła do prostej przechodzącej przez punkty A(- 1, 3) i B(- 6, 7).

10. Punkty A(-2, 3), B(2, 0), C(2, - 2) są kolejnymi wierzchołkami równoległoboku ABCD. Oblicz obwód tego równoległoboku.

11. Oblicz pole trójkąta ABC, wiedząc, że A(5, 5), B(-2, 4), C(- 1, - 3).

12. Wykaż, że łącząc środki kolejnych boków czworokąta ABCD o wierzchołkach A(4, - 4), B(6, 2), C(- 2, 4), D(- 4, 2), otrzymamy romb.

# Geometria analityczna

## Test 3

**1.** Prosta prostopadła do prostej y= $-\frac{1}{3}$ x +2 i przechodząca przez punkt P = (0,7) ma równanie:

A) y= 7x+2 B) y= -3x +7 C) y= 3x +7 D) y= $-\frac{1}{3}$ x +7

**2.** Proste o równaniach: y= 3x-2 i y-3x=4

A) są prostopadłe
B) pokrywają się
C) przecinają się i nie są prostopadłe
D) są równoległe i nie mają punktów wspólnych

**3.** Dany jest okrąg o równaniu $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 4$ . Wówczas:

A) S= (3, -4) B) S= (-3, 4) C) r=4 D) r=16

**4.** Dane są dwa kolejne wierzchołki kwadratu: A=(3,2) i B=(-2,3). Bok kwadratu ma długość:

A) a= $5\sqrt{2}$ B) a= $\sqrt{2}$ C) a=$2\sqrt{5}$ D) a= 5

**5.** Punkt S=(m-2, 1), gdzie mє R, jest środkiem odcinka AB, takiego, że A=(-3, -1) i B=(5, 3). Zatem:

A) m=1 B) m=3 C) m=0 D) m=6

**6.** Współczynnik kierunkowy prostej, do której należą punkty: A=(-2,-1) i B=(2,3) jest równy:

A) 2 B) -1 C) 1 D) -2

**7.** Dany jest trójkąt o wierzchołkach: A=(-1,-2), B=(3,1), C=(-1,3). Napisz równanie prostej zawierającej wysokość opuszczoną z wierzchołka C.

**8.** Dana jest prosta k o równaniu: y= $\frac{1}{2}$ x +3 i punkt A=(3,-1). Wyznacz współrzędne punktu symetrycznego do punktu A względem prostej k.

**9.** Dany jest trójkąt o wierzchołkach A=(-4,2), B=(0,4), C=(6,-4).

a) Wyznacz długość wysokości poprowadzonej z wierzchołka B.
b) Oblicz pole trójkąta.

**10.** Wyznacz równanie okręgu stycznego do osi OY o środku S=(-2,5)

**11.** Wykaż, że trójkąt o wierzchołkach A=(1,3), B=(3,1), C=(6,4) jest prostokątny.

**12.** Mając dany punkt przecięcia przekątnych w kwadracie S=(-5,3) oraz współrzędne jednego z wierzchołków C=(-3,7), oblicz współrzędne pozostałych wierzchołków tego kwadratu.

# ***Stereometria***

***TEST1***

1. Pole powierzchni kuli o średnicy $4\sqrt{2}$ dm wynosi :

   A. $32\pi\ dm^2$ B. $8\sqrt{2}\pi\ dm^2$ C. $8\pi\ dm^2$ D.$32\sqrt{2}\pi\ dm^2$

2. Przekątna sześcianu ma długość $3\sqrt{6}$. Objętość tego sześcianu wynosi :

   A. $27\sqrt{2}$ B. $27\sqrt{6}$ C. $54\sqrt{2}$ D. $6\sqrt{6}$

3. Wszystkie krawędzie graniastosłupa prawidłowego trójkątnego są równe 2 . Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe :

   A. $\sqrt{3} + 12$ B. $2(\sqrt{3} + 6)$ C. $2\sqrt{3} + 4$ D. $\sqrt{6} + 12$

4. Kwadrat o boku 4 obrócono wokół jednego z boków . Powstała bryła ma objętość :

   A. $16\pi$ B. $8\pi$ C. $32\pi$ D. $64\pi$

5. Tworząca stożka o długości $6\sqrt{3}$cm tworzy z jego wysokością kąt o mierze $30^o$. Pole powierzchni całkowitej stożka wynosi :

   A. $27\pi\sqrt{3}cm^2$ B. $27\pi cm^2$ C. $81\pi cm^2$ D. $54cm^2$

6. Pole jednej ściany czworościanu foremnego wynosi $36\sqrt{3}cm^2$ . Objętość tej bryły wynosi :
   A. $144\sqrt{3}cm^3$ B. $108\sqrt{3}cm^3$ C. $144\sqrt{2}cm^3$ D$144\sqrt{6}cm^3$

7. Odległość wierzchołka sześcianu od przekątnej sześcianu ( do której ten wierzchołek nie należy ) jest równa 4 . Oblicz objętość sześcianu . Wykonaj rysunek

8. Podstawą graniastosłupa jest kwadrat o przekątnej $12\sqrt{2}$ dm . Przekątna tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $60^o$. Oblicz pole i objętość tego graniastosłupa.

9. Zbiornik ma kształt walca z obu stron zakończonego półkulami . Oblicz , ile litrów płynu wypełni ten zbiornik , jeśli pole powierzchni całkowitej zbiornika jest równe $3\pi\ \ m^2$ , a wysokość walca wynosi 2 m .

10. Powierzchnią boczna stożka jest wycinek koła o kącie $270^o$ i promieniu 12cm . Oblicz pole podstawy tego stożka .

11. Średnica podstawy walca ma długość 8cm . Pole powierzchni bocznej walca jest czterokrotnie większe od pola jego podstawy . Oblicz objętość tego walca .

12. Na siatkę ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy długości 10cm zużyto 250cm$^2$ kartonu . Oblicz długość wysokości ściany bocznej tego ostrosłupa , jeśli 10% powierzchni kartonu zajmują zakładki.

# ***Stereometria***

## *Test 2*

1. Prostokąt o wymiarach 4 cm i 8 cm obraca się wokół dłuższego boku. Powstały w ten sposób walec ma objętość :

   A. $144\pi$ cm$^3$ B. $256\pi$ cm$^3$ C. 64 cm$^3$ D. $64\pi$ cm$^3$

2. Przekrojem osiowym stożka jest trójkąt równoboczny o wysokości $12\sqrt{3}$ cm Promień podstawy tego stożka wynosi

   A. 24 cm B. $24\sqrt{3}$ cm C. 12 cm D. $12\sqrt{3}$ cm

3. Objętość sześcianu o przekątnej sześcianu równej $6\sqrt{3}$ wynosi

   A. 216 B. 108 C. $36\sqrt{3}$ D. $108\sqrt{3}$.

4. Powierzchnia boczna ostrosłupa , którego wszystkie krawędzie wynoszą 10 jest równa.

   A. $400\sqrt{3}$ B. 400 C.$100\sqrt{3}$ D. 100

5. Objętość kuli jest równa $72\pi$. Powierzchnie kuli jest równa ?
   A. $36\ \pi$ B.$72\ \pi$ C. 72 D. $108\pi$

6. Podstawą prostopadłościanu jest kwadrat o polu 16 cm$^2$, zaś objętość tego prostopadłościanu jest równa 80 cm$^3$. Przekątna ściany bocznej tego graniastosłupa tworzy z krawędzią podstawy kąt $\alpha$, taki, że

   A. ctg $\alpha$ =0,8 B. ctg $\alpha$=1,25 C. sin $\alpha$=0,8 D. sin $\alpha$=1,25

7. Przekrój osiowy stożka jest trójkątem prostokątnym o przeciwprostokątnej równej 24 cm. Oblicz pole powierzchni bocznej stożka.

8. Suma pól podstaw walca jest równa polu powierzchni bocznej walca. Wykaż, że przekątna przekroju osiowego walca jest nachylona do podstawy pod kątem którego tangens jest równy 0,5.

9. Przekątna prostopadłościanu jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha=30^o$. Wyznacz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa wiedząc, że postawa tego prostopadłościanu jest kwadratem o polu 36 cm$^2$. Wyznacz objętość czworościanu foremnego, którego krawędź wynosi 12 cm.

10. Tworząca stożka jest o 2 dłuższa od promienia jego podstawy. Pole powierzchni bocznej stożka jest równe $120\pi$. Wyznacz objętość tego stożka.

11. Wyznacz wymiary prostopadłościanu, którego podstawą jest prostokąt o polu $32\ cm^2$ i stosunku długości boków 1: 2. Przekątna prostopadłościanu tworzy jego wysokością kąt $\alpha$ taki, że $\sin\alpha=0,6$.

# Stereometria

## Test 3

1. Promień podstawy stożka jest równy 3 cm, a długość jego tworzącej jest równy 8 cm. Pole powierzchni bocznej jest równe

   A. $24\pi$ cm$^2$ B. $8\pi$ cm$^2$ C. $72\pi$ cm$^2$ D. $36\pi$ cm$^2$

2. Przekrój osiowy walca jest kwadratem o polu 144 cm$^2$. Promień podstawy tego walca jest równy

   A. 12 cm B. 6 cm C. 24 cm D. 18 cm

3. Trójkąt równoboczny o boku 6 cm jest przekrojem osiowym stożka. Wysokość tego stożka wynosi

   A. $3\sqrt{3}$ cm B. 6 cm C. $6\sqrt{3}$ cm D. 3 cm

4. Ile przekątnych ma graniastosłup o podstawie pięciokątnej

   A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

5. Ile jest równy kąt rozwarcia stożka, którego powierzchnia boczna po rozwinięciu jest półkolem

   A. $45^o$ B. $30^o$ C. $60^o$ D. $90^o$

6. Pole powierzchni kuli o objętości $288\pi$ wynosi

   A. $144\pi$ B. $36\pi$ C. $576\pi$ D. 452,16

7. Oblicz promień podstawy i wysokość walca, wiedząc, że przekątna przekroju osiowego ma długość 50 cm i tworzy z podstawą kąt $60^o$.

8. Oblicz długość krawędzi czworościanu foremnego, wiedząc, że jego wysokość jest równa $4\sqrt{6}$.

9. Oblicz długość przekątnych równoległościanu prostego, którego wszystkie krawędzie mają długość 8 i którego jeden z kątów podstawy ma miarę $30^o$.

10. Trójkąt prostokątny o przeciwprostokątnej c i kącie ostrym $\alpha$ obraca się wokół przeciwprostokątnej. Oblicz pole powierzchni powstałej bryły.

11. Objętość stożka o promieniu podstawy 3 jest równa $6\pi$. Wyznacz sinus kąta nachylenia tworzącej stożka do płaszczyzny podstawy.

12. Pomarańcza ma 5 cm średnicy, a jej skórka ma 5 mm grubości. Wyciśnięty sok stanowi 75% objętości obranej pomarańczy. Ile pomarańczy należy wycisnąć, aby napełnić półlitrowe naczynie? Przyjmij $\pi$=3.

# Statystyka, rachunek prawdopodobieństwa

## TEST 1

1. Na pięciu jednakowych kartkach napisano litery : O ; P ; R ; S ; T . Jakie jest prawdopodobieństwo , że kartki ustawione losowo w rzędzie , dadzą wyraz SPORT

A. $\frac{1}{25}$ B. $\frac{1}{60}$ C. $\frac{1}{120}$ D. $\frac{1}{5}$

2. Prawdopodobieństwo , że w rzucie czterema monetami uzyskamy więcej reszek niż orłów , wynosi :

A. $\frac{5}{16}$ B. 0,5 C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{2}{3}$

3. Ze zbioru $\{1 , 2 , 3 , \dots , 11\}$ losujemy jednocześnie dwie liczby . Prawdopodobieństwo otrzymania dwóch liczb nieparzystych , wynosi :

A. $\frac{3}{11}$ B. $\frac{6}{11}$ C. $\frac{6}{55}$ D. $\frac{2}{11}$

4. Jeżeli $P(A) = \frac{5}{12}$ ; $P(B) = \frac{1}{3}$ $i$ $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ , to :

A. $P(A \cup B) \leq 0{,}5$ B. $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$

C. $P(A \cup B) = \frac{11}{12}$ D. $P(A \cup B) = \frac{9}{12}$

5. Odchylenie standardowe dla zestawu liczb : 4 , 8 , 16 , 20 wynosi :

A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{10}$

6. Mediana zestawu danych : 2 , 5 , 4 , 3 , 6 , 4 , 8 , 9 , 2 , 1 jest równa :

A. 3 B. 4 C. 3,5 D. 4,5

7. Ze zbioru liczb $\{20,22,30,33,40,44,50,55,60,66,70,77,80,88,90,99\}$ losujemy jedną Oblicz prawdopodobieństwo tego , że wylosujemy liczbę podzielną przez 3 lub przez 6.

8. Zdarzenia A i B nazywamy **niezależnymi** , jeśli $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ . Rzucamy 2 razy kostką sześcienną do gry . Rozpatrzmy zdarzenia : A – za pierwszym razem wypadnie piątka , B – za drugim razem wypadnie piątka. Czy zdarzenia A i B są niezależne .

9. Rzucamy kostką i monetą . Oblicz prawdopodobieństwo wyrzucenia liczby oczek podzielnej przez 2 i orła lub nieparzystej liczby oczek .

10. Średnie miesięczne wynagrodzenie w pewnej firmie zatrudniającej 30 pracowników wynosiło 2100zł . Zatrudniono nowego pracownika . Ile zarabia nowy pracownik , jeżeli średnie miesięczne wynagrodzenie w tej firmie jest teraz o 2% niższe niż poprzednio ?

11. Badania statystyczne dotyczące sytuacji materialnej rodzin dostarczyły m.in. informacji o liczbie dzieci w rodzinach . Korzystając z danych zamieszczonych w tabeli , oblicz odchylenie standardowe liczby dzieci w rozpatrywanej grupie rodzin .

| Liczba dzieci | Ilość rodzin |
|---|---|
| 0 | 150 |
| 1 | 400 |
| 2 | 550 |
| 3 | 100 |

12. W grupie 200 osób 65% uczy się języka angielskiego , 47% uczy się języka rosyjskiego , a 30% uczy się obu tych języków. Oblicz prawdopodobieństwo, że wybrana losowo z tej grupy osoba nie uczy się żadnego z tych języków.

# Statystyka , rachunek prawdopodobieństwa

## TEST 2

1. Niech A, B $\subset \Omega$ . Jeśli P(A) = P(B) = 0,6 i P(A$\cap$B) =0,2 to P(A\B) jest równe:

   A. 0 B. 1 C. 0,8 D. 0,4

2. W urnie zawierającej kule białe i czarne jest razem 30 kul. Losujemy 1 kulę. Jeśli prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe $\frac{2}{5}$, to kul białych w tej urnie jest:

   A. 10 B. 12 C. 15 D. 20

3. Wśród danych liczb 1, 1, 1, 1, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7 dominantą jest:

   A. 7 B. 4 C. 5 D. 1

4. Z talii 24 kart wylosowano jedną kartę. Prawdopodobieństwo, że wylosowano kiera lub asa, jest równe:

   A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{11}{24}$

5. Odchylenie standardowe zestawu danych 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7 jest równe:

   A. 1 B. 7 C. 0 D. nie istnieje

6. Spośród liczb 20, 21, 22, 23,…, 40 wylosowano jedną. Prawdopodobieństwo, że jest to liczba podzielna przez 4 jest równe:

A. $\frac{5}{20}$ B. $\frac{6}{20}$ C. $\frac{5}{21}$ D. $\frac{6}{21}$

7. Losujemy jedną liczbę spośród liczb czterocyfrowych, w których zapisie użyto cyfr: 5, 6, 7, 8 i cyfry te się nie powtarzają. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że będzie to liczba parzysta.

8. Rzucamy dwa razy symetryczną kostką sześcienną. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymamy w sumie co najwyżej 10 oczek.

9 Oblicz prawdopodobieństwo tego, że w czterech rzutach monetą uzyskamy więcej orłów niż reszek.

10. Na pewnej loterii jest 120 losów, a prawdopodobieństwo wygranej, jeżeli kupujemy jeden los, jest równe 0,05. Ile trzeba dołożyć losów wygrywających, aby prawdopodobieństwo wygranej wzrosło do 0,24?

11. Po klasówce nauczyciel zapytał uczniów, ile czasu przygotowywali się do niej. Wyniki ankiety przedstawione są w tabeli.

| czas w godz. | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| liczba uczniów | 2 | 4 | 3 | 4 | 5 | 2 | 7 | 2 | 1 |

Wyznacz dominantę, medianę i średnią liczby godzin.

12. Średnia arytmetyczna liczb 1, 1, 5, 1, 6, 3, 2, 5, 2, 5, a, b wynosi 3,

a dominanta jest równa 1. Znajdź wartości a i b oraz medianę tych liczb.

# Statystyka i rachunek prawdopodobieństwa

## Test 3

1. Rzucono kostką do gry i monetą. Prawdopodobieństwo, że wyrzucono reszkę i co najwyżej 5 oczek, jest:

a) większe od $\frac{1}{2}$

b) mniejsze od $\frac{1}{2}$

c) równe $\frac{1}{2}$

d) mniejsze od $\frac{1}{3}$

2. Adam miał w I semestrze z matematyki oceny 2, 5, 3, 3, 2, 4, 4. Średnia arytmetyczna tych ocen z dokładnością do 0,01 jest równa:
   a) 5,50
   b) 3,29
   c) 3,28
   d) 3,30
3. Mediana zestawu danych, 6, 4, 8, 2, 5, 4, 3, 9, 2, 1 jest równa:
   a) 3
   b) 4,5
   c) 3,5
   d) 4
4. Z cyfr $\{1,2,3,4,5\}$ tworzymy liczbę trzycyfrową, w której cyfry nie mogą się powtarzać. Na ile sposobów możemy to uczynić?
   a) 125
   b) 60
   c) 120
   d) 243
5. Z talii kart wylosowano jedną. Prawdopodobieństwo, ze wylosowano pika lub króla jest równe:
   a) $\frac{1}{52}$
   b) $\frac{4}{52}$
   c) $\frac{16}{52}$
   d) $\frac{17}{52}$

6. Wśród danych liczb 1, 1, 1, 1, 1, 3, 4, 4, 5, 5 ,5, 6, 6, 7 dominantą jest:
   a) 7
   b) 4
   c) 5
   d) 1

7. Spośród cyfr 0, 1, 2,…,9 losujemy bez zwracania 3 i tworzymy z nich liczbę trzycyfrową. Oblicz prawdopodobieństwo, że otrzymana liczba jest parzysta.

8. Tabela przedstawia pewne dane statystyczne.

| Wartość | -6 | -4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Liczebność | 45 | 25 | 15 | 15 | 25 | 30 | 20 | 25 |

a) Wyznacz wariancje tych danych
b) Wyznacz odchylenie standardowe tych danych z dokładnością do 0,01.

9. Doświadczenie polega na jednokrotnym rzucie dwiema sześciennymi kostkami do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że:
a) suma wyrzuconych oczek jest mniejsza od sześciu
b) tylko na jednej kostce wypadła liczba oczek podzielna przez trzy.

10. Do worka wrzucono 50 losów loteryjnych w tym 15 wygrywających.
a) Wyciągamy 2 losy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że oba będą wygrywające? Jakie jest prawdopodobieństwo, ze co najmniej jeden będzie wygrywający?
b) Wyciągamy 3 losy z worka. Jakie jest prawdopodobieństwo, ze jeden los będzie wygrywający, a dwa przegrywające?

11. W urnie mamy 6 kul białych i 5 zielonych. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul jednakowych kolorów, jeżeli losowanie odbywało się bez zwracania.

12. Rzucamy trzy razy monetą. Oblicz prawdopodobieństwo, ze za pierwszym razem wyrzucimy orła lub wyrzucimy dokładnie dwie reszki.

*Bibliografia :*


1. *Testy Maturalne Matematyka – poziom podstawowy – wyd. Aksjomat*
2. *Obowiązkowa matura z matematyki - zakres podstawowy – M.Orlińska – wyd.Operon*
3. *Zbiór zadań do liceów i techników – kl. I , II , III – K.Kłaczkow , M.Kurczab , B,Świda – wyd. Oficyna Pazdro*
4. *Podręcznik – Matematyka – kl. III – wyd. Nowa Era*